Problemi di Fisica
La Cinematica

Moti nel piano

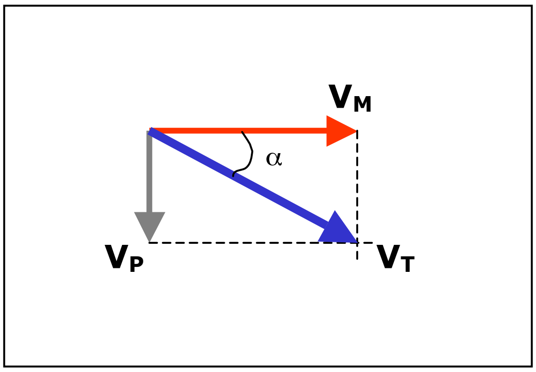
PROBLEMA

Mentre un'automobile viaggia a velocità costante V_M = 12 m/s una palla è lanciata orizzontalmente dal finestrino perpendicolarmente alla direzione di moto della macchina con velocità V_p = 5 m/s.

Calcolare:

- la velocità della palla, $\mathbf{V_T}$, rispetto al suolo in modulo, direzione e verso
- in quale istante toccherà terra, se il finestrino della macchina è a h = 80 cm dal suolo.

Soluzione



- La velocità della palla rispetto al suolo è la risultante della somma vettoriale tra $\mathbf{V_M}$ e $\mathbf{V_P}$, cioè $\mathbf{V_T}$, per cui il suo modulo e argomento sono dati da:

$$V_T = \sqrt{V_M^2 + V_P^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \mathrm{m/s} \qquad \mathrm{tg}\alpha = \frac{V_P}{V_M} = 0{,}42 \Rightarrow \alpha = 22{,}6°$$

- Dato che la palla viene lasciata cadere con velocità iniziale nulla, l'istante di tempo in cui tocca il suolo viene determinato dall'equazione del moto lungo l'asse di caduta (perpendicolare al piano della figura), che è:

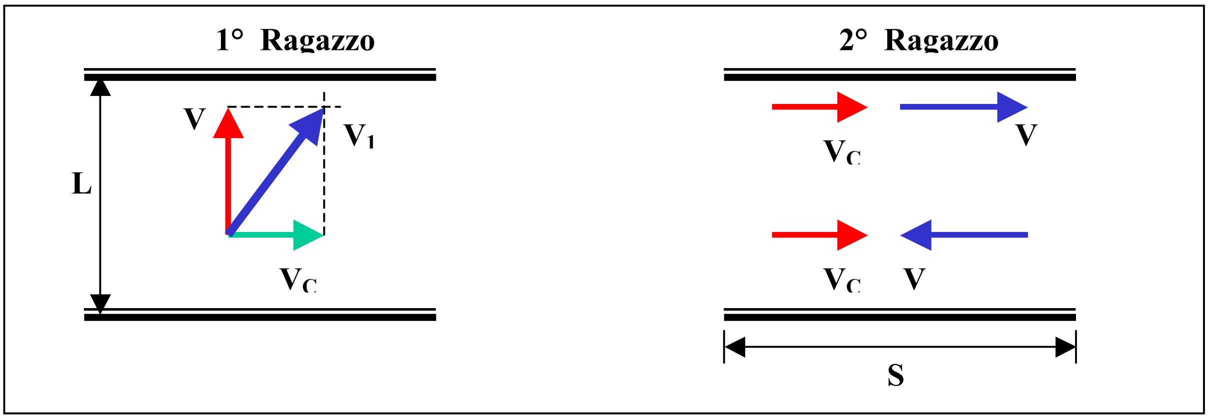
$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8}{9{,}8}} = 0{,}41 \mathrm{s}$$

PROBLEMA

Un ragazzo attraversa a nuoto un fiume largo L=500 m e ritorna indietro. Un secondo ragazzo nuota per un tratto S=500 m controcorrente e poi ritorna al punto di partenza. Se la velocità della corrente è costante V_C = 3 km/h e i due ragazzi nuotano con velocità costante V=5 km/h, calcolare i tempi da essi impiegati.

Soluzione

Rappresentiamo il problema dal punto di vista vettoriale:



Il primo ragazzo si muoverà con una velocità effettiva $\mathbf{V_1}$ che è la risultante tra le velocità **V** e $\mathbf{V_C}$, il cui modulo e argomento è dato da:

$$V_1 = \sqrt{V^2 + V_C^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5{,}83\,km/h$$

$$tg\alpha = \frac{V}{V_C} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \Rightarrow \alpha = 59°$$

mentre il tempo da esso impiegato per compiere l'intero tragitto è:

$$T_1 = \frac{2L}{V} = \frac{2 \cdot 0{,}5}{5} = 0{,}2h = 12\,min = 720s$$

Il secondo ragazzo, invece, percorrerà il tratto di andata con velocità:

$$V_{2A} = V + V_C = 5 + 3 = 8km/h$$

e quello di ritorno con velocità:

$$V_{2R} = V - V_C = 5 - 3 = 2km/h$$

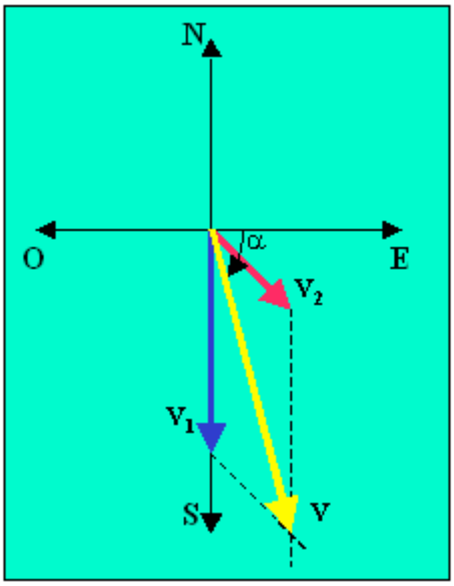
Il tempo totale impiegato sarà:

$$T_2 = T_{2A} + T_{2B} = \frac{S}{V_{2A}} + \frac{S}{V_{2R}} = \frac{0{,}5}{8} + \frac{0{,}5}{2} = 0{,}31h = 18{,}75\,min = 1125s$$

PROBLEMA

La bandiera issata sull'albero di una nave sventola sotto l'azione di un maestrale (vento da Nord-Ovest, α = 45°) che ha una velocità di 2,5 m/s. La barca affronta il mare facendo rotta verso Sud alla velocità di 10 nodi (1 nodo=1,8 km/h). In quale direzione si disporrà la bandiera (intensità della velocità della bandiera e angolo)?

Soluzione



Rappresentiamo prima graficamente il problema e poi calcoliamo la direzione lungo la quale si disporrà la bandiera:

$$V_{1x} = 0\,m/s$$
$$V_{1y} = 65\,m/s$$
$$V_{2x} = V_2 \cos\alpha_2 = 2,5 \cdot \cos 45° = 1,8\,m/s$$
$$V_{2y} = V_2 \sin\alpha_2 = 2,5 \cdot \sin 45° = 1,8\,m/s$$

$$\begin{cases} V_{Tx} = 1,8\,m/s \\ V_{Ty} = 65 + 1,8 = 66,8\,m/s \end{cases}$$

$$V_T = \sqrt{V_{Tx}^2 + V_{Ty}^2} = \sqrt{1,8^2 + 66,8^2} = 66,8\,m/s$$

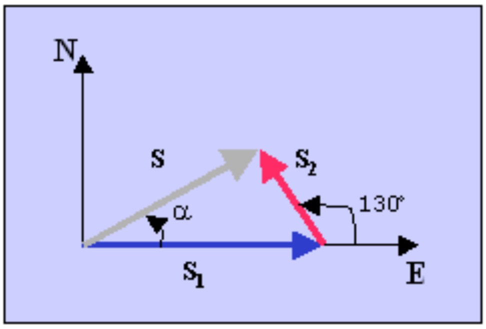
$$tg\alpha = \frac{V_{Ty}}{V_{Tx}} = \frac{66,8}{1,8} = 37,1 \Rightarrow \alpha = 88,5°$$

PROBLEMA

Un aereo si muove in direzione Est per 20 km e successivamente vira di 130° in senso antiorario e percorre altri 10 km. Determinare il vettore spostamento risultante.

Soluzione

Rappresentiamo prima graficamente il problema e poi calcoliamo il vettore spostamento risultante:



$$S_{1x} = 20km \qquad S_{2x} = S_2 \cos\alpha_2 = 10 \cdot \cos 130° = -6,4km$$
$$S_{1y} = 0 \qquad S_{2y} = S_2 \sin\alpha_2 = 10 \cdot \sin 130° = 7,7km$$

$$\begin{cases} S_{Tx} = 20.6,4 = 13,6km \\ S_{Ty} = 7,7km \end{cases}$$

$$S_T = \sqrt{S_{Tx}^2 + S_{Ty}^2} = \sqrt{13,6^2 + 7,7^2} = 15,6$$

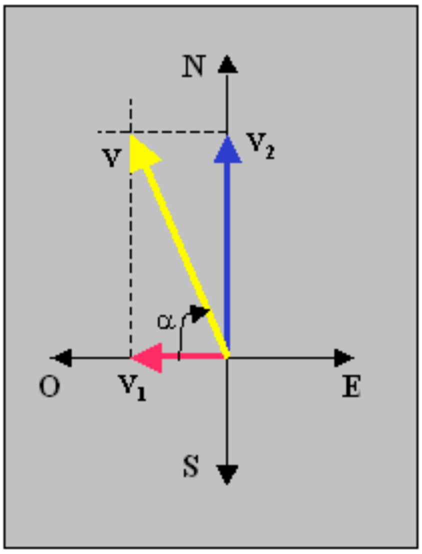
$$tg = \frac{S_{Ty}}{S_{Tx}} = \frac{7,7}{13,6} = 0,57 \Rightarrow \alpha = 29,7°$$

PROBLEMA

Un tedoforo corre con la fiaccola in mano alla velocità di 7 m/s in direzione Sud. Si alza un vento da Est che ha una velocità di 2 m/s. Quale sarà la direzione del fumo e la sua velocità?

Soluzione

Rappresentiamo prima graficamente il problema e poi calcoliamo la direzione del fumo e la sua velocità (se il tedoforo corre verso sud, il fumo si dirige nel verso opposto ossia verso nord):

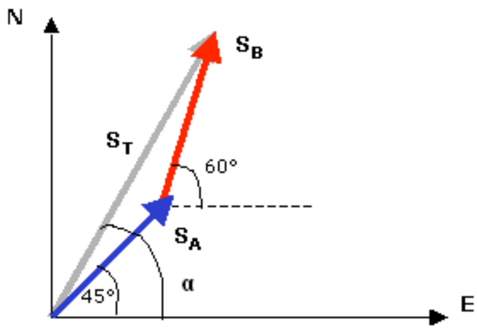


$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{2^2 + 7^2} = 7{,}3\,\text{m/s}$$

$$tg\alpha = \frac{V_2}{V_1} = \frac{7}{2} = 3{,}5 \Rightarrow \alpha = 74{,}1°$$

PROBLEMA

Una macchina si sposta di 6,8 km in direzione Est 45° Nord e successivamente di 10,4 km in direzione Est 60° Nord. Calcolare, dopo aver eseguito una rappresentazione grafica, lo spostamento risultante.



Soluzione

$S_{Ax} = S_A \cdot \cos 45° = 6{,}8 \cdot \cos 45° = 4{,}8\,\text{km}$ $\quad S_{Ay} = S_A \cdot \sin 45° = 6{,}8 \cdot \sin 45° = 4{,}8\,\text{km}$

$S_{Bx} = S_B \cdot \cos 60° = 10{,}4 \cdot \cos 60° = 5{,}2\,\text{km}$ $\quad S_{By} = S_B \cdot \sin 60° = 10{,}4 \cdot \sin 60° = 9{,}0\,\text{km}$

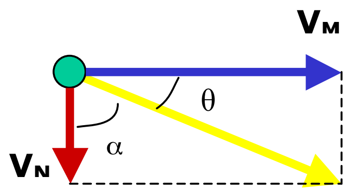
$S_{Tx} = S_{Ax} + S_{Bx} = 4{,}8 + 5{,}2 = 10\,\text{km}$ $\quad S_{Ty} = S_{Ay} + S_{By} = 4{,}8 + 9{,}0 = 13{,}8\,\text{km}$

$S_T = \sqrt{S_{Tx}^2 + S_{Ty}^2} = \sqrt{10^2 + 13{,}8^2} = 17{,}0\,\text{km}$ $\quad tg\alpha = \frac{S_{Ty}}{S_{Tx}} = \frac{13{,}8}{10} = 1{,}38 \Rightarrow \alpha = 54{,}1°$

PROBLEMA

La neve sta cadendo a una velocità costante di 8 m/s. A quale angolo rispetto alla verticale sembrano cadere i fiocchi di neve per il guidatore di un'auto che viaggia a 50 km/h?

Soluzione



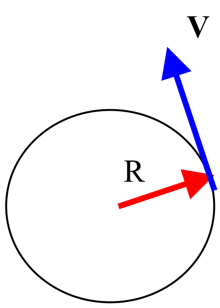
Da considerazioni di carattere trigonometrico troviamo l'angolo cercato:

$$tg\vartheta = \frac{V_N}{V_M} = \frac{8}{13,9} = 0,58 \Rightarrow \vartheta = 30° \Rightarrow \alpha = 60°$$

PROBLEMA

Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm con frequenza di 5,0 Hz. Calcolare la velocità tangenziale ed il numero di giri compiuti in 20 s.

Soluzione



La velocità tangenziale la calcoliamo attraverso la sua definizione:

$$V = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 0,2 \cdot 5,0 = 6,28 m/s$$

Dal concetto di frequenza (numero di giri compiuti in un secondo) ricaviamo che il numero di giri compiuti in 20 s è dato da:

$$N = 20 \cdot f = 20 \cdot 5 = 100 \ giri$$

PROBLEMA

Supponendo che la Terra si muove intorno al Sole lungo un'orbita circolare di raggio $R=150\cdot10^6$ km, determinare la velocità tangenziale in km/s e l'accelerazione centripeta in m/s^2, tenendo presente che il periodo di rivoluzione è di 365 giorni.

Soluzione

La velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta le calcoliamo attraverso le loro definizioni:

$$V=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi\cdot150\cdot10^6}{31{,}5\cdot10^6}\cong30\,km/s \qquad a_C=\frac{V^2}{R}=\frac{(30\cdot10^3)^2}{150\cdot10^6\cdot10^3}\cong6\cdot10^{-3}\,m/s^2$$

notare: 365 giorni = $31{,}5\cdot10^6$ secondi; 30 km/s = $30\cdot10^3$ m/s; $150\cdot10^6$ km = $150\cdot10^6\cdot10^3$ m

PROBLEMA

Secondo il modello atomico di Bohr–Rutherford l'elettrone di un atomo d'idrogeno ruota intorno al nucleo su determinate orbite. In condizioni di non eccitazione l'elettrone ruota con velocità tangenziale $V = 2{,}18\cdot10^6$ m/s e con accelerazione centripeta $a_c=8{,}97\cdot10^{22}$ m/s^2. Determinare il raggio dell'orbita, la velocità angolare e la frequenza.

Soluzione

Il raggio dell'orbita lo calcoliamo come formula inversa dell'accelerazione centripeta:

$$a_C=\frac{V^2}{R}\Rightarrow R=\frac{V^2}{a_C}=\frac{(2{,}18\cdot10^6)^2}{8{,}97\cdot10^{22}}=0{,}53\cdot10^{-10}\,m$$

La velocità angolare la calcoliamo come formula inversa della legge che la lega alla velocità tangenziale:

$$V=\omega R\Rightarrow\omega=\frac{V}{R}=\frac{2{,}18\cdot10^6}{0{,}53\cdot10^{-10}}=4{,}1\cdot10^{16}\,rad/s$$

La frequenza è data dalla formula inversa della definizione di velocità tangenziale:

$$V=2\pi Rf\Rightarrow f=\frac{V}{2\pi R}=\frac{2{,}18\cdot10^6}{2\pi\cdot0{,}53\cdot10^{-10}}=0{,}65\cdot10^{16}\,Hz$$

PROBLEMA

Un elettrone, per effetto di un campo magnetico, percorre una traiettoria circolare di raggio R = 15 cm e accelerazione centripeta $a_c=3,0\cdot10^{14}$ m/s^2. Calcolare il periodo del moto.

Soluzione

Il periodo del moto viene calcolato partendo dalla definizione di velocità del moto circolare uniforme:

$$V = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{V}$$

Però manca il valore della velocità, che calcoliamo come formula inversa dell'accelerazione centripeta:

$$a_C = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V = \sqrt{a_C \cdot R} = \sqrt{3,0\cdot10^{14}\cdot0,15} = 0,67\cdot10^7\,m/s$$

In definitiva:

$$T = \frac{2\pi\cdot0,15}{0,67\cdot10^7} = 1,4\cdot10^{-7}\,s = 0,14\mu s$$

PROBLEMA

Un satellite terrestre viaggia su un'orbita circolare alla quota di 640 km sopra la superficie terrestre. Il periodo di rivoluzione è di 98 minuti. Calcolare:

1. la velocità del satellite
2. il valore della gravità a quella quota.

Soluzione

1. La velocità posseduta dal satellite lungo la traiettoria circolare si calcola come:

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\cdot7,01\cdot10^6}{5880} = 7,5\cdot10^3\,m/s = 7,5km/s$$

dove:

$R = 640\cdot10^3 + R_{Terra} = 640\cdot10^3 + 6,37\cdot10^6 = 7,01\cdot10^6$ m 98 minuti = 5880 s

1. Il valore della gravità alla quota di 640 km non è altro che l'accelerazione centripeta:

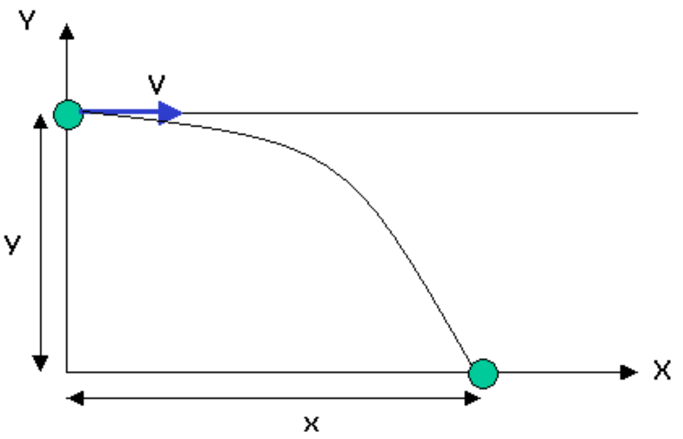
$$a_C = \frac{V^2}{R} = \frac{(7,5\cdot10^3)^2}{7,01\cdot10^6} = 8m/s^2$$

PROBLEMA

Un pacco abbandonato da un aeroplano in volo orizzontale a 200 m/s, tocca terra dopo 12 s. Calcolare l'altezza dell'aeroplano, la distanza orizzontale percorsa dal pacco e la velocità con cui esso tocca il suolo, trascurando la resistenza dell'aria.

Soluzione

Rappresentiamo il problema:



Il moto del pacco è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{g}{2V_0^2} x^2 = ax^2$$

Calcoliamo la distanza orizzontale percorsa dal pacco utilizzando la prima equazione:

$$x = 200 \cdot 12 = 2400\text{m}$$

Per poter calcolare l'altezza dell'aeroplano ci serviamo della seconda equazione:

$$y = \frac{9{,}8}{2 \cdot 200^2} \cdot 2400^2 = 706\text{m}$$

La velocità con cui tocca il suolo la calcoliamo come:

$$V = g \cdot t = 9{,}8 \cdot 12 = 118\text{m/s}$$

PROBLEMA

A un aereo da bombardamento è affidato è affidato il compito di bombardare un sommergibile da una quota di 7840 m. Calcolare il tempo che il sommergibile ha a disposizione per immergersi.

Soluzione

Il tempo che il sommergibile ha a disposizione per immergersi non è altro che il tempo che impiega la bomba per colpirlo. Tenendo conto del principio di indipendenza dei movimenti simultanei, tale tempo è dato da:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7840}{9{,}8}} = 40s$$

PROBLEMA

Una palla viene lanciata orizzontalmente da un'altezza di 4,8 m con velocità iniziale di 4,5 m/s. Si chiede: la palla riuscirà a centrare un canestro posto a terra a distanza orizzontale di 6,2 m?

Soluzione

Il tempo di caduta della palla è dato da:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}8}{9{,}8}} = 0{,}990s$$

In questo tempo la palla può percorrere una distanza orizzontale pari a:

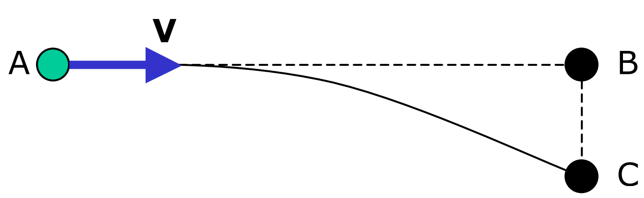
$$x = V_0 \cdot t = 4{,}5 \cdot 0{,}990 = 4{,}5m$$

per cui non riuscirà a centrare il canestro che è posto alla distanza di 6,2 m.

PROBLEMA

Un fucile è puntato orizzontalmente contro un bersaglio alla distanza di 30 m. il proiettile colpisce il bersaglio 1,9 cm sotto il centro. Calcolare la velocità del proiettile.

Soluzione



Il moto del proiettile è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V \cdot t \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione ricaviamo il tempo di volo del proiettile:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}019}{9{,}8}} = 0{,}06\,\text{s}$$

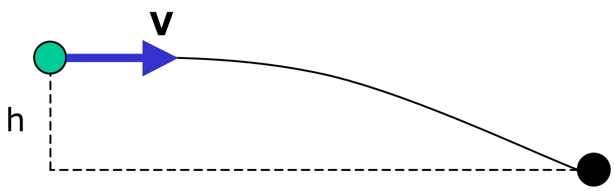
che sostituito nella prima equazione ci consente di calcolare la velocità del proiettile:

$$V = \frac{x}{t} = \frac{30}{0{,}06} = 500\,\text{m/s}$$

PROBLEMA

Un fucile, distante 45 m da un bersaglio, spara un proiettile alla velocità di 450 m/s. Quanto più alto dal bersaglio deve essere puntato il fucile per riuscire a colpire il bersaglio?

Soluzione



Il moto del proiettile è un moto parabolico, che è un moto risultante di un moto uniformemente accelerato e di un moto rettilineo uniforme:

$$\begin{cases} x = V \cdot t \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Dalla prima equazione ricaviamo il tempo di volo del proiettile:

$$t = \frac{x}{V} = \frac{45}{450} = 0{,}1\,\text{s}$$

che sostituito nella seconda equazione ci consente di calcolare l'altezza, rispetto al bersaglio, del fucile:

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}049\,\text{m} = 4{,}9\,\text{cm}$$

PROBLEMA

Un punto materiale si muove di moto armonico con legge oraria: $x = 50\cos\frac{\pi}{32}t$

Calcolare il periodo, la velocità e l'accelerazione dopo 10 secondi.

Soluzione

La legge oraria del moto armonico è la seguente:

$$x = R \cdot \cos\omega t$$

che confrontata con quella del problema si ricava che:

$$R = 50\text{m} \qquad \omega = \frac{\pi}{32}\ \text{rad/s}$$

Quindi:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{32}} = 64\text{s}$$

$$v = -\omega R \cdot \sin\omega t = -\frac{\pi}{32} \cdot 50 \cdot \sin\frac{\pi}{32} \cdot 10 = -4{,}1\text{m/s}$$

$$a = -\omega^2 x = -\frac{\pi^2}{1024} \cdot 50 \cdot \cos\frac{\pi}{32} \cdot 10 = -0{,}48\text{m/s}^2$$

$$a_c = \omega^2 R = \frac{\pi^2}{64} \cdot 25 = 3{,}9\text{cm/s}^2$$